VERSITA
GOSPODARKA SUROWCAMI MINERALNYMI

Tom 28 2012 Zeszyt 2

DOI 10.2478/v10269-012-0013-3

MARIUSZ KRZAK*

Koncepcja zachowań strategicznych na lokalnym rynku surowcowym w modelu gry *n*-osobowej – zarys problemu

Wprowadzenie

Rynek surowcowy rozpatrywany jest w ujęciu rożnych jego cech. Biorąc pod uwagę kontekst modelu, w jakim funkcjonuje, sektor surowcowy charakteryzują w większości przypadków takie same cechy jak sektory innych dóbr. Przeważają tu rynki konkurencyjne, choć nieobce są rynki o charakterze oligopolu, niekiedy monopolu. W większości przypadków – zwłaszcza dla surowców skalnych – ceny kształtowane są przez prawa wolnego rynku, jakkolwiek ceny niektórych grup surowców strategicznych, np. energetycznych, mogą być nadal regulowane przez rządy państw. Przyjmując za kryterium zasięg geograficzny dostaw (odległość miejsc wydobycia i przetwórstwa kopaliny do miejsc jej konsumpcji) wyróżniane są rynki: lokalne, regionalne, krajowe oraz międzynarodowe. W wymianach międzynarodowych bierze udział blisko 90 grup surowców mineralnych, a największa skala obrotów cechuje surowce energetyczne. Znaczny jest udział surowców metalicznych, a spośród niemetalicznych w obrotach międzynarodowych uczestniczą liczne surowce chemiczne i ceramiczne oraz kamienie jubilerskie (szlachetne i ozdobne), na mniejszą skalę surowce innych działów techniki. Zdecydowana większość kopalin skalnych, ze względu na pospolite występowanie i wysokie koszty transportu w stosunku do niskiej ceny surowca z nich pozyskiwanego, ma ograniczony terytorialnie zasięg wymiany, a ich przetwórstwo odbywa się zwykle tuż obok zakładu górniczego. Ich znaczenie ogranicza się zwykle do rynku lokalnego, a znaczna ilość złóż kopalin, producentów i odbiorców, przeważnie prywatnych, czyni ten rynek stosunkowo stabilnym.

* Dr inż., AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków; e-mail: krzak@agh.edu.pl

Dwie najistotniejsze formy zachowań wyróżniane między poszczególnymi uczestnikami rynku to konkurencja i kooperacja. Przyjmuje się, iż oba pojęcia są wzajemnie antagonistyczne. Konkurencja jest procesem, w którym podmioty rynkowe tej samej branży współzawodniczą ze sobą w zawieraniu transakcji rynkowych, poprzez przedstawianie korzystniejszej od innych podmiotów oferty. Celem tej działalności jest realizacja własnych interesów, a przyjmując, że zamierzeniem podmiotu gospodarczego jest maksymalizacja zysku musi on zaoferować dobro lepsze niż konkurenci. Konkurencja to nie tylko rywalizacja na tym samym rynku danego dobra, lecz także z dalszymi (istniejącymi lub potencjalnymi) uczestnikami rynku, tj.: producentami dóbr substytucyjnych, dostawcami, odbiorcami, przewoźnikami i innymi podmiotami tworzącymi otoczenie konkurencyjne. Warto dodać, iż konkurencja dotyczy nie tylko producentów, lecz także konsumentów. W zależności od struktury rynku, na którym zachodzi proces konkurencji, wyróżniane są różne jej modele: doskonała, monopolistyczna, oligopol oraz monopol. Konkurencja doskonała to taka, w której wszystkie przedsiębiorstwa i konsumenci uznają, że ich działania nie wpływają na wysokość ceny oferowanego dobra, gdyż struktura ta obejmuje bardzo wielu nabywców i bardzo wielu sprzedawców. Niedoskonałość konkurencji polega na tak dużym udziale jednego producenta czy sprzedawcy w podaży, że jej zwiększenie lub obniżenie wywołuje zmiany cen. W krańcowym przypadku na rynku funkcjonuje jeden tylko producent – monopolista.

Kooperacja jest natomiast takim działaniem, które wiąże się ze wzajemną współpracą. Partnerstwo pomiędzy podmiotami zmierza do wspólnej realizacji celu. Kooperacja jest często wynikiem niekorzystnych warunków otoczenia gospodarczego. W kontekście kompleksowej strategii przedsiębiorstw, kooperacja najczęściej jest składową wynikającą z realnej pozycji firmy na rynku oraz prawdopodobnych korzyści wynikających z połączenia sił.

Obie formy zachowań, zarówno konkurencja jak i kooperacja, jako składowe elementy strategii funkcjonowania przedsiębiorstwa mogą mieć zarówno negatywny jak i pozytywny wpływ na relacje dla otoczenia zewnętrznego. Wydaje się – pomimo ogromnej różnorodności i szerokiej specyfiki przedstawionych form zachowań, które nie będą tu szczegółowo rozważane – że koncepcja obecnych zachowań w biznesie opiera się na kooperacji, jakkolwiek kooperacja ta idzie w parze z konkurencją.

1. Zarys ogólnej teorii gier oraz gier *n*-osobowych

Teoria gier jest działem matematyki, który w ujęciu formalnym analizuje sytuacje dotyczące konfliktu i współpracy pomiędzy wieloma podmiotami. Bada tym samym sposobności optymalnego zachowania, gdzie konsekwencje działań (sukcesów bądź porażek) uczestników gry zależą od wzajemnych decyzji. Dwie podstawowe przesłanki, wyróżniające teorię gier spośród innych narzędzi decyzyjnych, dotyczą zachowań decydentów, którzy:

— definiują możliwy do osiągnięcia cel (postępują racjonalne),
— korzystają ze swojej wiedzy (informacji) oraz/lub uwzględniają przewidywane zachowania pozostałych graczy (postępują strategiczne).

Zasadniczym terminem w teorii gier jest gra, a na jej opis składają się: gracze, ruchy (posunięcia), wypłaty oraz informacja. Przybliżając pokrótce, graczem jest każdy uczestnik gry, ruchem (w skończonej lub nieskończonej liczbie) możliwe postępowanie gracza, wypłatą wartość wyniku gry, a informacją zaś zasób wiedzy w grze i o grze.

Krótkiego wyjaśnienia wymagają pojęcia wypłaty i informacji. Wypłaty (używanymi w teorii gier synonimami są wygrana lub użyteczność) określają wartość wyniku gry dla graczy, czyli są korzyściami, jakie gracze uzyskają przy tymże wyniku. Przyjmując założenie o racjonalności postępowania graczy dążą oni do maksymalizacji wypłat, a zatem wyższa wypłata odpowiada bardziej preferowanemu wynikowi gry. W realnych zagadnieniach wypłatami mogą być zarówno korzyści mierzone kategoriami pieniężnymi, ale także niewymierne finansowo inne jednostki użyteczności, jak: satysfakcja, prestiż, dostęp do pożywienia itp. Informacja w grach jest modelowana zwykle z wykorzystaniem koncepcji zbiorów informacyjnych, które obejmują zbiór wierzchołków drzewa decyzyjnego gry, których gracz podejmujący decyzje nie jest w stanie od siebie odróżnić. W grach z doskonałą (pełną) informacją zbiór informacyjny jest pojedynczy. W przeciwnym razie gra jest jednym z typów gry o niedoskonałej (niepełnej) informacji. Stwierdzając najbardziej ogólnie, gracze dysponują zazwyczaj różnym zakresem informacji. W grach z pełną informacją znane są graczom wszystkie wcześniejsze decyzje innych graczy i wyniki dotychczasowych posunięć losowych. W grach z niepełną informacją jeden lub więcej graczy nie zna, bądź nie jest pewien funkcji wypłat i/lub zbiorów strategii. Niewiedza może też obejmować nieznajomość preferencji, tożsamości lub liczby graczy bądź kolejności decyzji.

Dalsza konkretyzacja opisu gier rodzi różnorakie, szczegółowe klasy, które nie będą tutaj bliżej omawiane. Dla późniejszych analiz i dywagacji, istotne będą klasy gier wyróżnione według kryterium możliwości komunikowania się oraz liczby graczy. Pierwsze z nich definiuje gry kooperacyjne oraz niekooperacyjne, drugie zaś wydziela gry dwuosobowe oraz *n*-osobowe. Pojęcia gry kooperacyjnej lub niekooperacyjnej zostały zaproponowane przez von Neumanna i Morgensterna (1944). Grą kooperacyjną jest gra, w której gracze mogą poczynić wiążące zobowiązania, w przeciwieństwie do niekooperacyjnych, w których poczynienie takich zobowiązań nie jest możliwe. W grze kooperacyjnej opisane są wypłaty wszystkich potencjalnych grup (koalicji), jakie mogą być uzyskane w wyniku współpracy pomiędzy uczestnikami gry, a gracze podejmują współdziałanie mając na celu maksymalizację (lub minimalizację) wypłat. W grach takich możliwe są wzajemne rekompensaty, czasem groźby bądź szantaż, jak też inne czynniki współdziałania. W grze niekooperacyjnej każdy gracz dąży do zaspokojenia tylko własnych interesów. Teoria gier niekooperacyjnych skupia się na analizie wyborów strategicznych, w których moment i kolejność podejmowania decyzji przez gracza jest kluczowa. Gry kooperacyjne/niekooperacyjne są szczególnie przydatne w modelowaniu procesów i zjawisk w polityce, problemie przetargów itp.

Drugie z kryteriów (liczebności graczy) oznacza, iż gry mogą przebiegać pomiędzy dwoma bądź większą liczbą uczestników. Najczęściej operuje się grami dwuosobowymi, co wynika w dużej mierze z wygody prezentacji, niemniej warunki tworzenia koalicji bywają tutaj ograniczone i zagadnienie ulega znacznemu zawężeniu. Gra powyżej dwóch uczestników ($n \geq 3$) określana jest mianem gry n-osobowej i w postaci normalnej opisywana jest trójką (N, S, π), w której (Leyton-Brown, Shoham 2008):

— N – to skończony zbiór n graczy,

— $S = S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$ – to skończony zbiór wszystkich posunięć S_i dostępnych graczowi i, gdzie każdy wektor $s = (s_1 \times s_2 \times \ldots \times s_n) \in S$ jest profilem strategii,

— $\pi = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$ – to zbiór funkcji wypłat o wartościach rzeczywistych, gdzie $\pi_i(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ jest wypłatą dla gracza i-tego, gdy gracz 1 używa strategii s_1, gracz 2 strategii s_2, …, a gracz n strategii s_n.

Postać normalna (macierzowa), fundamentalna w teorii gier, jest zwięzłą reprezentacją gry. Gracze podejmując decyzje równocześnie dochodzą do wypłat przedstawianych w macierzy (tabeli zysków), której komórki odpowiadają każdej kombinacji strategii (profilowi strategii). Egzemplifikacją takiego zapisu (za Straffin 2004) dla trzyosobowej gry o sumie zerowej jest macierz (1).

gracz 3 (γ_1)

gracz 1		gracz 2: β_1	gracz 2: β_2
	α_1	2, 2, –4	–3, 2, 1
	α_2	3, –6, 3	–6, –4, 10

gracz 3 (γ_2)

gracz 1		gracz 2: β_1	gracz 2: β_2
	α_1	6, –4, –2	–4, –4, 8
	α_2	2, 2, –4	–4, 7, –3

(1)

W grze tej każdy z graczy dysponuje dwoma posunięciami, a przykładowe wypłaty (wygrane) graczy dla profilu $\alpha_1\beta_2\gamma_2$wynoszą: gracz 1 „–4” jednostki użyteczności, gracz 2 „–4” jednostki użyteczności, gracz 3 „8” jednostek użyteczności.

Innym, wygodnym zapisem gier n-osobowych jest przejście do opisu gier w postaci funkcji charakterystycznej. Gra w postaci funkcji charakterystycznej opisywana jest przez zbiór $N = \{1, 2, \ldots, n)$ graczy i funkcję ν, która każdemu podzbiorowi S (koalicji) $S \subseteq N$ przypisuje liczbę $\nu(S)$. Pozostali gracze, nie wchodzący do koalicji, traktowani są jako antykoalicja ($N - S$). Wielkość $\nu(S)$ to wartość wygranej, którą łącznie osiągną gracze należący do S, jeżeli zawrą koalicję, bez względu na posunięcia pozostałych uczestników gry (Luce, Raiffa 1989; Thomas 2003). Wymagane jest jej wyliczenie dla każdej możliwej koalicji, czyli każdego możliwego podzbioru graczy. Ta forma prezentacji zostanie przedłożona na bazie przykładów w dalszej części artykułu.

Wraz ze wzrostem grona uczestników gry zwiększa się zakres możliwych koalicji i to zarówno pod względem składu jak i liczby koalicjantów. Generuje to istotne trudności analityczne i uniemożliwia znalezienie uniwersalnych algorytmów postępowania. Rodzą się tu kluczowe pytania:

— która z możliwych koalicji zostanie zawarta?

— w jaki sposób zostanie dokonany podział wypłat pomiędzy członków koalicji?

Wydaje się, że drugie zapytanie ma podstawowe znaczenie. Wypłata pojedynczego gracza jest dla niego sprawą o większym ciężarze gatunkowym niż sam fakt powstania koalicji. Dążąc do realizacji pewnych celów i zapewnienia sobie określonego poziomu wypłat samo powstanie koalicji jest tylko (i aż) środkiem ich realizacji. Ponadto kwestia podziału wypłat w koalicji odgrywa istotny wpływ na preferencje, do której koalicji gracz zechce przynależeć. Zatem analiza gier wieloosobowych rozpoczynać się winna materialistycznie – od ewentualnego zapytania o podział wypłat pomiędzy uczestników gry. W teorii gier n-osobowych zaproponowano, by w miejsce poszukiwania rezultatów rzeczywistych zachowań koalicyjnych wskazywać jeden podział wypłat – imputację dającą możliwość sprawiedliwego (w jakiś sposób) rozdziału, aczkolwiek taka imputacja – jako efekt konkurencji pomiędzy koalicjami – może się nigdy nie pojawić. Wątpliwości te wymusiły wypracowanie szeregu metod służących poszukiwaniu „pojedynczych" rozwiązań dla gier n-osobowych, a niektóre z nich zostały przybliżone w dalszej części artykułu.

Zastosowania teorii gier n-osobowych w aspekcie rynków surowcowych nie są obfite. Najczęściej tłem analiz bywała kwestia przetargów na dzierżawę praw do zasobów złóż (Pelto 1971; Hendricks, Porter, Tan 1993; Hendricks, Porter, Wilson 1994; Porter 1995), bądź zagadnienie podziału dóbr surowcowych (Thomas 1986). Kooperacji w ramach *joint venture* dotyczył artykuł Boyce'a (1997). W polskim piśmiennictwie wątek gier n-osobowych w ogólnych zastosowaniach górniczych porusza Kowalik (2007).

2. Wykorzystanie teorii gier *n*-osobowych w modelowaniu zachowań strategicznych producentów surowców

Uogólniony przykład wykorzystania teorii gier n-osobowych dotyczący interakcji konsumentów na rynku ropy naftowej (*Oil Market Game*) znany jest w literaturze ze wzmiankowanej powyżej pozycji Thomasa (1986). Ilustrowana jest tamże propozycja strategicznego postępowania, wynikająca z faktu posiadania określonego zasobu surowcowego. Gwoli przypomnienia, tudzież zaznajomienia Czytelnika ze sposobem prezentacji gry w formie funkcji charakterystycznej, zostanie on pokrótce omówiony.

Pewien kraj 1 posiada zasoby ropy naftowej, którą wykorzystuje do utrzymania systemu transportu z korzyścią a z baryłki. Kraj 2 nie posiadając zasobu chce zakupić ropę od kraju 1, by zużytkować ją w przemyśle ciężkim, gdzie baryłka ropy zapewni mu pożytek w wysokości b, podczas gdy kraj 3, również pozbawiony zasobu ropy, pożąda jej dla potrzeb przemysłu spożywczego. Oczekiwana korzyść ze zużycia ropy oceniana jest tamże na c z baryłki. Korzyści państw z zastosowania jednej baryłki spełniają relację $a < b \leq c$. Funkcja charakterystyczna tak opisanej gry jest jak w tabeli 1.

Funkcja charakterystyczna jest użyteczną formą zapisu gier n-osobowych, zwięźle opisującą względną siłę różnych koalicji. Komentując poszczególne wielkości w tabeli:

— $v(\varnothing) = 0$, jest wartością pustej koalicji, do której nikt nie przystąpił,

TABELA 1

Funkcja charakterystyczna gry *Oil Market Game*

TABLE 1

Characteristic function of the *Oil Market Game*

Koalicja S	∅	{k.1}	{k.2}	{k.3}	{k.1 i 2}	{k.1 i 3}	{k.2 i 3}	{k.1, 2, 3}
ν(S)	0	*a*	0	0	*b*	c	0	*c*

— ν(k.1) = *a*, koalicja krajów 2 i 3 nie jest w stanie zmusić kraju 1 do sprzedaży ropy, stąd pozostająca u niego ropa warta jest dlań *a*,
— ν(k.2) = ν(k.3) = ν(k.2, k.3) = 0, pojedynczo ani w żadnej koalicji potencjalni nabywcy nie mogą sprawić, by sprzedano im ropę,
— ν(k.1, k.2) = *b*, kraje 1 i 2 mogą użytkować surowiec z korzyścią *b* (za taką cenę nastąpi sprzedaż ropy krajowi 2), kraj 3 musiałby zapłacić co najmniej *b*, żeby móc go otrzymać,
— ν(k.1, k.3) = ν(k.1, k.2, k.3) = *c*, albowiem kraj 1 i kraj 3 mogą użytkować posiadaną przez kraj 1 ropę z korzyścią wynoszącą *c* za baryłkę.

Rozwiązania tej gry z wykorzystaniem tzw. rdzenia oraz wartości Shapleya przytacza Thomas (1986) konkludując, iż należy oczekiwać nawiązania współpracy pomiędzy krajem1 i krajem 3. Kraj1 odsprzeda odbiorcy 3 surowiec, za który ten zapłaci *x*. Wielkość ta musi być co najmniej równa *b*, w przeciwnym razie kraj 1 byłby w lepszej sytuacji sprzedając surowiec krajowi 2. Oczywiście cena sprzedaży ropy nie może być wyższa niż *c*, gdyż kraj 3 nie zapłaci więcej, niż jest to dla niego warte.

Kolejna propozycja aplikacji teorii gier *n*-osobowych dotyczy zastosowania na lokalnym rynku surowcowym producentów kruszyw. Rozważania oparto na bliskim rzeczywistości przykładzie, w którym z konieczności przyjęto kilka założeń upraszczających, jednakże niemających wpływu na sposób strategicznego postępowania graczy. Przed przedstawieniem sposobów rozwiązania gry scharakteryzowano tło rynkowe oraz sytuację ekonomiczno-technologiczną żwirowni biorących weń udział.

Trzy żwirownie, zlokalizowane we wzajemnej bliskości i w obrębie tej samej doliny rzecznej, dostarczają pewną gamę surowców zaopatrując lokalny rynek. Przedmiotem ich eksploatacji jest rozległe złoże piasków, pospółki i miejscami głazowisk. Poszczególne zakłady górnicze dysponując różnej wielkości kapitałem zdecydowały się na uruchomienie linii produkcyjnych zróżnicowanej jakości surowców okruchowych. Żwirownia 1 pozyskuje i sprzedaje kruszywo bezpośrednio ze złoża, żwirownia 2 dysponuje linią technologiczną wyposażoną w klasyfikację sitową, która umożliwia oddzielenie grubszych frakcji kruszywa, a w etapach pośrednich wydzielenie gotowych produktów. Podstawowym surowcem przezeń oferowanym jest kruszywo naturalne frakcji 0–31,5 mm. Żwirownia 3 jest zakładem najbardziej innowacyjnym i nowoczesnym. Układ technologiczny opierający się na rozdrabnianiu, płukaniu, kruszeniu, usuwaniu zanieczyszczeń organicznych i obcych umożliwia pozyskanie kruszyw kruszonych frakcji 0–31,5 oraz 16–63 mm, a także produkcji tłucznia 31–63 mm.

Kondycja ekonomiczna każdej żwirowni z osobna jest odmienna i złożona. Żwirownia 1 nie dysponuje środkami na realizację i wyposażenie linii przeróbczej, zatem jej potencjalne przychody są uszczuplane z racji sprzedaży tylko niesortu. Zasoby kopaliny w złożu żwirowni 3, umożliwiające dotychczas produkcję tłucznia są wyczerpane, a pozostająca baza zasobowa umożliwia pozyskanie jedynie kruszyw kruszonych frakcji 0–31,5 mm. Także żwirownia 2, nie zamierzająca modernizować swojej linii technologicznej, pozostaje przy obecnie oferowanym asortymencie surowcowym. Górnicze zdolności produkcyjne zakładów szacowane są na 10 000 ton/miesiąc w żwirowni 1 oraz po 8000 ton/miesiąc w żwirowniach 2 i 3. Przeróbka kopaliny wiąże się ze stratami w wysokości 5% w żwirowni 2 oraz 10% w żwirowni 3. Zróżnicowana struktura kosztów w zakładach oraz odmienne ceny surowców okruchowych wyznaczają różne poziomy przychodów i potencjalnych zysków (tab. 2).

TABELA 2

Wielkości miesięcznych przepływów finansowych żwirowni

TABLE 2

Rate of the monthly gravel-pits cash flow

	Cena surowca [zł/t]	Przychody [zł]	Koszty [zł/t]		Łączne zyski [zł]	Zysk jednostkowy [zł/t]
			górnicze	przeróbcze		
żw. 1	16	160 000	14,0	0,0	20 000	2,0
żw. 2	26	197 600	13,0	7,0	37 600	4,9
żw. 3	32	230 400	13,0	10,0	46 400	6,4

Przychody zakładów – będące iloczynem ceny surowca i tonażu produkcji – uwzględniają wysokość strat. Łączne zyski są różnicą pomiędzy przychodem a łącznymi kosztami górniczymi i przeróbczymi, podczas gdy zysk jednostkowy odnosi się do korzyści ze sprzedaży jednostki surowca.

Kopalnie mogą, jak do tej pory, funkcjonować niezależnie, niemniej na rynku obserwowany jest wzmożony popyt na surowiec wyższej jakości, stąd analiza pozycji strategicznych żwirowni i możliwych korzyści wskazuje na przypuszczalne kooperacyjne porozumienie. Inicjatorem takiej współpracy może być żwirownia 1, której kopalina pozwala na wytwarzanie dobrych jakościowo surowców. Miast sprzedaży surowego kruszywa może go kierować do wzbogacenia z wykorzystaniem linii technologicznych sąsiednich żwirowni. Moce przerobowe żwirowni 2 są w pełni wykorzystywane, natomiast zdolności przerobowe zakładu przeróbczego żwirowni 3 są oceniane na 12 000 ton/miesiąc i są w stanie przyjąć dodatkowy strumień urobku. Generowane wtedy dodatkowe koszty operacyjne związane z transportem mogą być rekompensowane przez zbyt droższego surowca, jak i ewentualne zmniejszenie tonażu produkcji kopaliny ze złóż żwirowni 2 i 3, skutkujące obniżeniem zmiennych górniczych kosztów produkcji tamże. W tej sytuacji poszczególne żwirownie mogą działać bądź to samodzielnie bądź tworzyć różnoliczne porozumienia, a możliwych jest tu pięć wariantów układów:

1) żwirownie nie kooperują ze sobą,
2) żwirownie 1 i 2 kooperują,
3) żwirownie 1 i 3 kooperują,
4) żwirownie 2 i 3 kooperują,
5) wszystkie żwirownie kooperują.

Współpraca żwirowni 1 i 2 umożliwia uzyskanie kruszywa grubego frakcji 16–63 mm w cenie 42 zł/t. Umowa żwirowni 1 oraz 3 daje szansę pozyskanie kruszywa grubego kruszonego w cenie 56 zł/t. Porozumienie żwirowni 2 oraz 3 pozwala uzyskać większy tonaż kruszyw kruszonych frakcji 0–31,5 mm. Ewentualna współpraca wszystkich żwirowni umożliwia pozyskanie tłucznia 31–63 mm w cenie 75 zł/t. Dodatkowo przed zawarciem przypuszczalnych porozumień przeprowadzona analiza zapotrzebowania surowcowego w regionie wskazała na oczekiwany zbyt tłucznia oraz kruszywa kruszonego frakcji 16–63 mm na poziomie po 3 000 ton/miesiąc na każdy z surowców, podczas gdy kruszywa grubego frakcji 16–63 mm w ilości 5 000 t/miesiąc. W ocenie żwirowni popyt na pozostałe, gorsze jakościowo gatunki kruszyw przewyższa podaż, jaką mogą zapewnić.

Generowane w różnych układach odmienne przychody zmienią obraz dotychczasowych wypłat. Kooperacja żwirowni 1 oraz 2, stosownie do spodziewanych warunków rynkowych jak i zdolności produkcyjnych przewiduje, że żwirownia 2 przesądzi o przyjęciu strumienia urobku w wysokości 5000 ton. Oczekiwane wówczas przepływy finansowe zestawia tabela 3. Ujęto weń, jak i w dalszych tabelach charakteryzujących przepływy, zmiany kosztów przeróbki wynikające z dodatkowego obciążenia transportem bądź zwiększenia poziomu produkcji, jak również spadki kosztów górniczych będące pochodną zmniejszonego poziomu wydobycia.

TABELA 3

Wielkości miesięcznych przepływów finansowych kooperujących żwirowni 1 i 2

TABLE 3

Rate of the monthly cash flow of the cooperating gravel-pits 1 and 2

	Surowiec/tonaż [t]	Cena surowca [zł/t]	Przychody [zł]	Koszty [zł/t]		Łączne zyski [zł]	Zysk jednostkowy [zł/t]
				górnicze	przeróbcze		
żw. 1 i 2	niesort/5 000	16	80 000	14,0	0,0	138 600	11,0
	krusz. frakcji 0–31,5 mm/2 850	26	74 100	5,0	7,5		
	kr. gr. frakcji 16–63 mm/4 750	42	199 500	14,0	7,5		

Dla aliansu żwirowni 1 oraz 3 przyjęto, że 30% urobku żwirowni 1 kierowane będzie do linii technologicznej żwirowni 3, a żwirownia 3 zmniejszy własną produkcję górniczą do poziomu 5 000 t/miesiąc.Taki układ przekłada się na przepływy finansowe zagregowane w tabeli 4.

TABELA 4

Wielkości miesięcznych przepływów finansowych kooperujących żwirowni 1 i 3

TABLE 4

Rate of the monthly cash flow of the cooperating gravel-pits 1 and 3

	Surowiec/tonaż (t)	Cena surowca [zł/t]	Przychody [zł]	Koszty [zł/t]		Łączne zyski [zł]	Zysk jednostkowy [zł/t]
				górnicze	przeróbcze		
żw. 1 i 3	niesort/7 000	16	112 000	14,0	0,0	135 200	9,5
	krusz. kruszone frakcji 0–31,5 mm/4 500	32	144 000	8,0	11,5		
	krusz. kruszone frakcji 16–63 mm/2 700	56	151 200	14,0	11,5		

Partnerstwo żwirowni 2 i 3 wiąże się z ograniczeniem produkcji górniczej w żwirowni 2 do poziomu 4000 t i skierowaniem całości urobku do zakładu przeróbczego żwirowni 3. Żwirownia 2 zaniecha tym samym sprzedaży kruszywa naturalnego frakcji 0–31,5 mm. Umowa ta wygeneruje kolejny, odmienny stan przepływów (tab. 5).

TABELA 5

Wielkości miesięcznych przepływów finansowych kooperujących żwirowni 2 i 3

TABLE 5

Rate of the monthly cash flow of the cooperating gravel-pits 2 and 3

	Surowiec/tonaż [t]	Cena surowca [zł/t]	Przychody [zł]	Koszty [zł/t]		Łączne zyski [zł]	Zysk jednostkowy [zł/t]
				górnicze	przeróbcze		
żw. 2 i 3	krusz. kruszone frakcji 0–31,5 mm/3 600	32	115 200	6,5	1,0	123 600	11,4
	krusz. kruszone frakcji 0–31,5 mm/7 200	32	230 400	13,0	11,0		

Porozumienie wszystkich żwirowni, uwzględniające przewidywany prognozami poziom konsumpcji kruszyw, umożliwia ustalenie asortymentu surowcowego i tonażu produkcji w nawiązaniu do własnych zdolności górniczych i przeróbczych. Wachlarz ten obejmuje:

— produkcję górniczą żwirowni 1 na poziomie 10 000 t/miesiąc,
— brak produkcji górniczej w żwirowni 2,
— produkcję górniczą żwirowni 3 na poziomie 6 000 t/miesiąc,
— produkcję niesortu w wysokości 2 000 t/miesiąc,
— przeznaczenie urobku do produkcji kruszywa kruszonego frakcji 0–31,5 mm w wymiarze 6 000 t/miesiąc,

— przeznaczenie urobku do produkcji kruszywa grubego frakcji 16–63 mm w wymiarze 2 000 t/miesiąc,
— przeznaczenie urobku do produkcji kruszywa kruszonego frakcji 16–63 mm w wymiarze 3 000 t/miesiąc,
— przeznaczenie urobku do produkcji tłucznia frakcji 16–63 mm w wymiarze 3 000 t/miesiąc.

Alians trzech żwirowni po raz kolejny modyfikuje możliwe do osiągniecia wypłaty definiowane zyskiem jednostkowym. Przepływy finansowe dla tej umowy ujęto w tabeli 6.

TABELA 6

Wielkości miesięcznych przepływów finansowych dla współpracy wszystkich żwirowni

TABLE 6

Rate of the monthly cash flow of all cooperating gravel-pits

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Surowiec/tonaż [t]</th><th rowspan="2">Cena surowca [zł/t]</th><th rowspan="2">Przychody [zł]</th><th colspan="2">Koszty [zł/t]</th><th rowspan="2">Łączne zyski [zł]</th><th rowspan="2">Zysk jednostkowy [zł/t]</th></tr>
<tr><th>górnicze</th><th>przeróbcze</th></tr>
<tr><td rowspan="5">żw. 1, 2, 3</td><td>niesort/2 000</td><td>16</td><td>32 000</td><td>14,0</td><td>0,0</td><td rowspan="5">257 300</td><td rowspan="5">17,5</td></tr>
<tr><td>krusz. kruszone frakcji 0–31,5mm/5 400</td><td>32</td><td>172 800</td><td>13,0</td><td>14,0</td></tr>
<tr><td>krusz. grube frakcji 16–63 mm/1 900</td><td>42</td><td>79 800</td><td>4,0</td><td>7,5</td></tr>
<tr><td>krusz. kruszone frakcji 16–63 mm/2 700</td><td>56</td><td>151 200</td><td>14,0</td><td>14,0</td></tr>
<tr><td>tłuczeń frakcji 16–63 mm/2 700</td><td>75</td><td>202 500</td><td>14,0</td><td>14,0</td></tr>
</table>

Tak zebrany i zarysowany układ wzajemnych zależności producentów można potraktować jako trzyosobową grę, w której żwirownie powinny optymalizować swoje strategiczne zachowania. Wypłatami są tutaj jednostkowe zyski, jakie zakłady mogą otrzymać w różnych konfiguracjach. Wydaje się, że wszystkie strony są zainteresowane współpracą, a zasadnicze pytanie odnosi się do sposobu podziału zysków pomiędzy poszczególnych uczestników rozgrywki. Dla opisanych kombinacji wyznaczono wobec tego stosowną funkcję charakterystyczną (tab. 7).

TABELA 7

Funkcja charakterystyczna gry żwirowni

TABLE 7

Characteristic function of the gravel-pits game

Koalicja S	$\varnothing$	{1}	{2}	{3}	{1, 2}	{1, 3}	{2, 3}	{1, 2, 3}
$\nu(S)$	0	2,0	4,9	6,4	11,0	9,5	11,4	17,5

Wielkości ν(*S*) są oczekiwanymi poziomami zysku, który łącznie osiągną żwirownie zawierające porozumienie (w języku teorii gier zwykle używa się tu terminu koalicja, niemniej pojęcie to niezbyt harmonizuje się z prezentowanym tu opisem sytuacji rynkowej). Gry przedstawiane w postaci funkcji charakterystycznej (*N*, ν) muszą spełniać dwie ważne relacje (Luce, Raiffa 1957):

— wartość pustej koalicji ∅, do której nikt nie przystąpił wynosi 0, czyli ν(∅) = 0,
— jeżeli dla każdej pary rozłącznych koalicji *R* i *S* zachodzi warunek $\nu(R \cup S) \geq \nu(R) + \nu(S)$, jeśli $R \cap S = \{\varnothing\}$ to spełniająca go funkcja charakterystyczna nazywana jest superaddytywną.

Warunek superaddytywności oznacza, że jeśli dwie rozłączne koalicje *R* i *S* zdecydują się na połączenie i utworzenie koalicji $\nu(R \cup S)$ to zawsze mogą sobie zapewnić co najmniej $\nu(R) + \nu(S)$, postępując tak samo jak przed połączeniem. Koordynacja jednakże często prowadzi do podwyższenia wypłat, a sytuacja ta ma miejsce w grze żwirowni. Gra powyższa jest ponadto tzw. grą istotną, w której całkowita wypłata porozumienia wszystkich żwirowni jest wyższa od sumy wypłat poszczególnych żwirowni indywidualnie, co można zapisać jako (Luce, Raiffa 1957):

$$\nu(N) > \sum_{i=1}^{n} \nu(\{i\}) \tag{2}$$

Aby wskazać należyte postępowanie graczy należy powrócić do sformułowanych wcześniej zapytań o to, która koalicja powstanie oraz w jaki sposób podzielone zostaną wypłaty. Z obrazu funkcji charakterystycznej wiadomo, że wielka koalicja (umowa zawarta pomiędzy wszystkimi żwirowniami) jest maksymalną wypłatą i przysparza najwyższych zysków jednostkowych. Jeśli x_i oznacza wypłatę *i*-tego gracza, to zbiór wypłat wszystkich graczy stanowi wektor *n* liczb rzeczywistych (x_1, x_2, …, x_n), a wektor ten pozostając satysfakcjonującym dla każdej ze żwirowni powinien zadość czynić dwóm zasadniczym warunkom (Luce, Raiffa 1989; Straffin 2004):

1) racjonalności indywidualnej:

$$\forall_{i \in N}\, x_i \geq \nu(\{i\}) \tag{3}$$

2) racjonalności zbiorowej (optymalności w sensie Pareto):

$$\sum_{i \in N} x_i = \nu(N) \tag{4}$$

Funkcja charakterystyczna ν(*i*) oznacza wypłatę gracza *i*, jaką gwarantuje sobie bez kooperacji z innymi uczestnikami gry. Nieracjonalnym byłoby wikłanie się w koalicję, gdyby wypłaty miałyby być wtedy niższe.

By ostatecznie poszukać rozwiązania gry żwirowni koniecznym pozostaje omówienie sygnalizowanego już pojęcia imputacji. Imputacją (podziałem) wypłat w grze w postaci funkcji charakterystycznej jest n-wymiarowy wektor spełniający kryteria indywidualnej i zbiorowej racjonalności. Ostatecznym rozstrzygnięciem gry n-osobowej jest zaś znalezienie pojedynczej imputacji lub zbioru imputacji, które mogą stanowić akceptowalną dla graczy propozycję podziału zysków. Zadanie to niestety nie jest proste, gdy gra jest istotna, w której to liczba imputacji jest nieskończona. W sytuacji, gdy zbiór imputacji jest tak liczny należy dążyć do zawężenia imputacji gry. Von Neumann i Morgenstern (1944) sugerowali poszukiwanie zbioru imputacji stabilnych, jako pewnego zawężenia imputacji. Koncepcja zbiorów stabilnych okazała się jednak zbyt ogólna by być dostatecznie użyteczna (Owen 1975). Innym sposobem jest posłużenie się tzw. rdzeniem gry (ang. *core*) zdefiniowanym przez Gilliesa (1959 *fide* Thomas 1986). Rdzeniem gry w postaci funkcji charakterystycznej jest zbiór wszystkich niezdominowanych imputacji (x_1, x_2, …, x_n), a więc pewnym zawężeniem całego zbioru imputacji takim, że (Thomas 1986):

$$\forall_{S \subseteq N} \sum_{i \in S} x_i \geq \nu(S) \tag{5}$$

Warunek ten jest pewnym rozszerzeniem warunków racjonalności indywidualnej i zbiorowej i bywa nazywany warunkiem racjonalności koalicyjnej (Straffin 2004) dla koalicji liczących od 1 do n członków. Ustalona imputacja należy do rdzenia, gdy członkowie wszystkich koalicji S otrzymują łącznie wypłatę co najmniej taką, jaką S może sobie zagwarantować. Rdzeń gry jest domkniętym zbiorem wypukłym, a każda imputacja należąca do niego jest stabilna w tym sensie, że nie istnieje koalicja, która jednocześnie chciałaby i mogłaby zmienić wynik gry. Bywa jednakowoż, że rdzeń gry jest zbiorem pustym, a sytuacja ta zachodzi dla gier istotnych o stałej sumie.

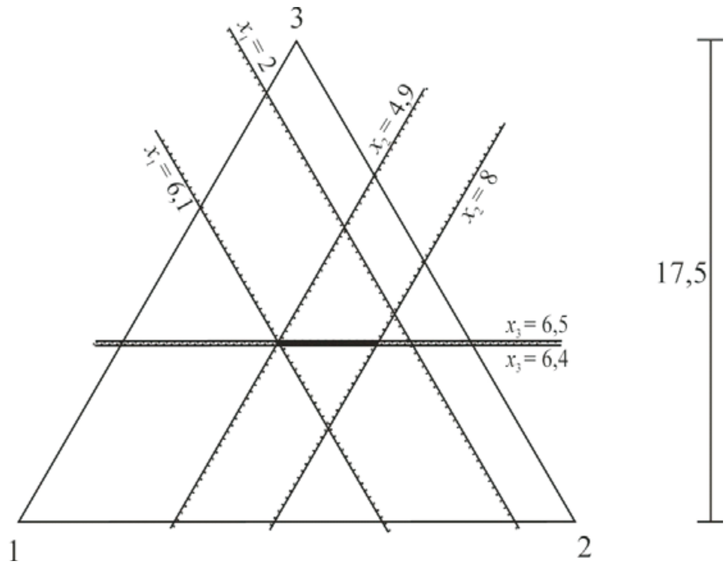
Zbiór imputacji w grze żwirowni nie będzie zbiorem pustym, ponieważ zawsze jest spełniona nierówność $\sum_{i \in N} \nu(\{i\}) \leq \nu(N)$, zaś imputacja ($x_1$, x_2, x_3) należy do rdzenia gry, jeżeli:

— $x_1 \geq \nu(1)$,
— $x_2 \geq \nu(2)$,
— $x_3 \geq \nu(3)$,
— $x_1 + x_2 \geq \nu(1, 2)$,
— $x_1 + x_3 \geq \nu(1, 3)$,
— $x_2 + x_3 \geq \nu(2, 3)$.

Uwzględniając konkretne wielkości liczbowe i pamiętając o warunku racjonalności grupowej uzyskiwane jest:

— $x_1 + x_2 \geq 11 \leftrightarrow 6{,}4 \leq x_3 \leq 6{,}5$,
— $x_1 + x_3 \geq 9{,}5 \leftrightarrow 4{,}9 \leq x_2 \leq 8$,
— $x_2 + x_3 \geq 11{,}4 \leftrightarrow 2 \leq x_1 \leq 6{,}1$.

Rdzeń gry nie jest pusty (rys. 1). Cały obszar trójkąta to możliwe imputacje gry, a gracze preferują – jako rozwiązanie – te imputacje, które leżą najbliżej ich wierzchołków. Zaczerniony trapez odzwierciedlający rdzeń znacząco obniża ilość dostępnych rozwiązań, niemniej wybór satysfakcjonującej wszystkich uczestników imputacji nadal nie jest klarowny i nie zapewnia precyzyjnego rozwiązania. Dla gry policzono w tej sytuacji dodatkowe, wybrane, pojedyncze rozwiązania bazujące na: wartości Shapleya, nukleolusie, punkcie Gately'ego oraz rozwiązaniu *K*.



Rys. 1. Rdzeń gry żwirowni

Fig. 1. Core of the gravel-pits game

Wartość Shapleya (1953 *fide* Luce, Raiffa 1957) jest najważniejszą i najczęściej stosowaną metodą sprawiedliwego podziału w teorii gier. Ma ona ogromne zalety, z których najistotniejszą jest to, że przypisuje grze tylko jedno rozwiązanie oraz uwzględnia w nim kryteria racjonalności i siłę poszczególnych graczy, wynikającą z funkcji charakterystycznej. Wartość ta ma jednakże dużo mniejsze zastosowanie w grach, w których dużą rolę odgrywają czynniki psychologiczne, indywidualne cechy graczy (np. umiejętności targowania się i in.). Teoria Shapleya wymaga ponadto silnych założeń o użyteczności, które muszą być takie same zarówno dla pojedynczych graczy jak i pozostałych, w każdej z możliwych koalicji. Stąd wszyscy gracze i wszystkie koalicje przypisują przyrostom wypłat (wynikającym z włączenia gracza do koalicji) te same użyteczności. W przykładzie, użytecznościami żwirowni są zyski otrzymywane ze zbytu różnorodnego jakościowo surowca, spełniają zatem postawione warunki. Każdy głębiej przetworzony surowiec podnosi jego wartość, a ta z kolei aktywuje wyższy poziom zysku, który może być podzielony pomiędzy zakłady górnicze.

Imputacja Shapleya wyznaczana jest na podstawie ogólnego wzoru:

$$\varphi_i(\nu) = \frac{1}{n!} \sum_{i \in S} (s-1)! \cdot (n-s)! \cdot [\nu(S) - \nu(S - \{i\})] \tag{6}$$

Zbiór wartości $\varphi_i(\nu)$ dla wszystkich graczy nazywany wektorem gry Shapleya obrazuje pewną propozycję podziału wypłat w grze koalicyjnej. Ze względu na sposób jego konstrukcji interpretowany jest jako średni oczekiwany podział w grze przy rozegraniu dużej ilości partii.

W grze żwirowni wektor ten (stosowne, czysto schematyczne obliczenia pominięto) wynosi x_1 = 4,23 zł/t; x_2 = 6,63 zł/t; x_3 = 6,63 zł/t. Wektor nie należy do rdzenia i jest pierwszą z możliwych do zaakceptowania propozycji podziału zysków ze sprzedaży kruszywowego asortymentu surowcowego pomiędzy żwirowniami. Wartość ta dla żwirowni i obrazuje średnią wartość, jaką wnosi do tworzonego porozumienia pomiędzy wszystkimi zakładami, przy założeniu, że każda z możliwych kolejności powstania koalicji jest identycznie prawdopodobna.

Kolejna koncepcja poszukiwania pojedynczego rozwiązania gry żwirowni może być zrealizowana w odniesieniu do pojęcia przetargu znanego pod nazwą nukleolusa (Schmeidler 1969). Sposób ten dotyczy zarówno gier z pustym jak i niepustym rdzeniem. W pierwszym przypadku poszukiwana jest taka imputacja, która jest najbliżej spełnienia warunku dla rdzenia. Jest nią np. imputacja, dla której największe przekroczenia warunku dla rdzenia są, spośród wszystkich imputacji, najmniejsze. Przekroczeniem (różnicą) dla każdej imputacji i każdej koalicji (Thomas 2003; Straffin 2004) jest:

$$\forall_x \forall_{S \subseteq N}\, e_S(x) = \nu(S) - \sum_{i \in S} x_i \tag{7}$$

Przekroczenie $e_S(x)$ jest różnicą pomiędzy tym, co członkowie umowy mogliby sobie zapewnić, decydując się na współdziałanie, a tym, co przewiduje dla nich łącznie imputacja x. Dla gier posiadających rdzeń wszystkie przekroczenia są ujemne lub co najwyżej równe 0. Wyznaczana jest zatem taka imputacja, dla której wartość bezwzględna przekroczenia jest jak największa. Geometrycznie jest to punkt leżący najdalej od brzegów figury wyznaczającej rdzeń (rys. 1). Z rysunku wiadomo, że wartość wypłaty dla żwirowni 3 wynosi 6,45 zł/t. Przyjmując wobec tego dowolną imputację np.: x_1 = 5,00; x_2 = 6,05; x_3 = 6,45 stosowne przekroczenia wynoszą:

— $e_{\{1\}}(x)$ = –3,
— $e_{\{2\}}(x)$ = –1,15,
— $e_{\{3\}}(x)$ = –0,05,
— $e_{\{1,2\}}(x)$ = –0,05,
— $e_{\{1,3\}}(x)$ = –1,95,
— $e_{\{2,3\}}(x)$ = –1,1,
— $e_{\{1,2,3\}}(x)$ = 0.

Nie jest możliwym obniżenie przekroczenia porozumienia złożonego ze wszystkich żwirowni, jak również przekroczenia $e_{\{3\}}(x)$. Miast tego można obniżyć wypłatę żwirowni 1 i przekazać ją żwirowni 2 dążąc przy okazji do zrównania tych przekroczeń. Nie ulegnie wtedy zmianie przekroczenie $e_{\{1,2\}}(x)$. Uzyskiwane wtedy jest: 2 – x_1 = 4,9 – x_2, stąd x_1 = 4,08, zaś x_2 = 6,97. Imputacja x_1 = 4,08 zł/t; x_2 = 6,97 zł/t; x_3 = 6,45 zł/t jest poszukiwanym nukleolusem gry.

Punkt Gately'ego (1974 *fide* Straffin 2004), jako następna idea rozwiązania w grze żwirowni opiera się na następującym rozumowaniu. Jeśli w grze zaproponowano propozycję podziału wypłat w postaci imputacji $x = (x_i, x_2, x_3)$ iżwirownia 1 jest niezbędna do powstania układu złożonego ze wszystkich zakładówto zdarzenie związane z jej nieprzystąpieniem do porozumienia spowoduje, że żwirownie 2 i 3 stracą łącznie $x_2 + x_3 - \nu(2, 3)$, czyli różnicę pomiędzy tym, co wynika z imputacji a tym, co zyskają podejmując kooperację dwuosobową między sobą. Oczywiste jest, że żwirownia 1 też poniesie stratę wynoszącą $x_1 - \nu(1)$. Stosunek tych dwóch wartości został zdefiniowany przez Gately'ego jako skłonność do zerwania umowy wszystkich graczy przez gracza 1 (Straffin 2004):

$$d_i(x) = \frac{\sum_{j \neq i} x_j - \nu(N-i)}{x_i - \nu(i)} \tag{8}$$

Przy wysokim wskaźniku $d(x)$ gracz może stwierdzić, że zrywa koalicję, tracąc na tym, jednakże pozostali gracze tracą wtedy więcej. W grze żwirowni stosowne skłonności dla wyjściowej imputacji x_1 = 5,00; x_2 = 6,05; x_3 = 6,45 wynoszą:

— $d_1(x)$ = 0,37,
— $d_2(x)$ = 1,69,
— $d_3(x)$ = 1.

W grze z taką propozycją wypłat skłonność do opuszczenia porozumienia jest najwyższa u żwirowni 2. Ponosi wtedy stratę w wysokości 1,15 zł/t, lecz pozostali – zwłaszcza żwirownia 1 – traci więcej. Motywacją żwirowni 2 do nieopuszczania porozumienia jest „poprawa" imputacji poprzez podwyższenie jego wypłat kosztem pozostałych żwirowni, lub przynajmniej jednej z nich. Minimalizacja maksymalnej skłonności do zerwania umowy wszystkich zakładów przez pojedyncze żwirownie zachodzić będzie wtedy, gdy współczynniki skłonności będą sobie równe. W następstwie tego założenia dla znormalizowanej względem 0–1 (procedurę normalizacji szczegółowo opisuje np. Kowalik (2007)) funkcji charakterystycznej gry żwirowni wyliczono punkt Gatel'yego według formuły (Straffin 2004):

$$d_i(x) = \frac{\sum_{j \neq i} x_j - \nu(N-i)}{x_i - \nu(i)} = \frac{\nu(N) - x_i - \nu(N-i)}{x_i} = \frac{\nu(N) - \nu(N-i)}{x_i} - 1 \tag{9}$$

Jako że w przypadku imputacji zachodzi z definicji $\sum_{i \in N} x_i = \nu(N)$ to – aby wszystkie $d_i(x)$ były równe – wszystkie x_i muszą być do siebie w takiej samej proporcji jak poszczególne wartości do siebie.

Opuszczając detale rachunkowe sposobna imputacja jawi się następująco: x_1 = 4,36 zł/t; x_2 = 6,68 zł/t; x_3 = 6,46 zł/t; dla niej współczynniki skłonności graczy do zerwania porozumienia są sobie równe i wynoszą 0,74.

Kowalik (2007), jako rozwiązanie *K* gry *n*-osobowej, proponuje następującą imputację:

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) = (\nu(\{1\}) + k_1, \nu(\{2\}) + k_2, \ldots, \nu(\{n\}) + k_n), \text{ czyli:} \qquad (10)$$
$$x_i = \nu(\{i\}) + k_i$$

Zależność ta gwarantuje każdemu z graczy wypłatę wyższą, jeśli wstąpi do koalicji złożonej ze wszystkich graczy, niż gdyby rozgrywał grę samodzielnie. Suma dodatków k_i jest różnicą pomiędzy wypłatą dla wielkiej koalicji a sumą wypłat indywidualnych dla graczy, co w matematycznym zapisie ma postać:

$$\sum_{i=1}^{n} k_i = \Delta = \nu(N) - \sum_{i=1}^{n} \nu(\{i\}) \qquad (11)$$

Powyższa propozycja rozwiązania może być stosowana zarówno do gier z rdzeniem jak i gier, gdzie rdzeń ów nie występuje. Dodatkowe wypłaty k_i wynikają ze średnich wygranych przypadających na gracza w każdej koalicji, gdzie *t* oznacza liczebność koalicji. Suma średnich wypłat dla gracza ze wszystkich możliwych koalicji jest ujmowana współczynnikiem:

$$\alpha_i = \sum_{S: i \in S} \frac{\nu(S)}{t} \qquad (12)$$

Wielkość Δ rozdzielana jest pomiędzy poszczególne dodatki k_i proporcjonalnie do współczynników α_i:

$$k_i = \frac{\Delta \cdot \alpha_i}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_i} \qquad (13)$$

Realizując obliczenia dla gry żwirowniu zyskano następujące dodatkowe wypłaty i współczynniki:
— $\Delta = 4{,}2$,
— $\alpha_1 = 18{,}08$,
— $\alpha_2 = 21{,}93$,
— $\alpha_3 = 22{,}68$,
— $k_1 = 1{,}21$,
— $k_2 = 1{,}47$,
— $k_3 = 1{,}52$.
Adekwatna imputacja wynosi $x_1 = 3{,}21$ zł/t; $x_2 = 6{,}37$ zł/t; $x_3 = 7{,}92$ zł/t.

Wnioski

Niemal zawsze decyzje podejmowane przez uczestników dowolnego rynku muszą uwzględniać istnienie innych podmiotów dostarczających podobnych dóbr. Postępowanie strategiczne opiera się na programowaniu zachowania i zaangażowania posiadanych zasobów w określonej jednostce czasu. Konsekwencją tego winno być podniesienie konkurencyjności zakładu, które wiąże się zazwyczaj z istotnymi zmianami strukturalnymi w zakresie zarzadzania jak i oferowanego towaru. W rozpatrywanych na łamach artykułu przykładach producenci mogli zaangażować się (bądź nie) w określone układy, które były w stanie przysparzać dodatkowych profitów.

W grze żwirowni kooperacyjna umowa producentów kruszyw łączyła się z jednej strony z modyfikacją asortymentu surowcowego oraz zmianą struktury kosztów produkcji, z drugiej zaś skutkowała podwyższeniem możliwych do osiągniecia zysków. Każdy z możliwych układów był korzystny dla wszystkich podmiotów. Niektóre z układów generowały znaczące podwyżki zysku jednostkowego, choćby porozumienie żwirowni 1 i 2, podwyższające go łącznie o 4,1 zł/t. Najmniej prawdopodobna wydawała się umowa żwirowni 2 i 3, gdyż przyrost zysku był określany tamże na poziomie 0,1 zł/t, tudzież współpraca wszystkich zakładów pozwalała wygenerować możliwą podwyżkę zysku rzędu 4,2 zł/t. Bazując na teorii gier *n*-osobowych zaproponowano w takiej sytuacji rozwiązania, które winny satysfakcjonować wszystkich zainteresowanych. Wskazano w tym celu kilka imputacji, które zestawiono w tabeli 8.

TABELA 8

Proponowane podziały wypłat [zł/t] w grze żwirowni

TABLE 8

Suggested divisions of payoffs [PLN/t] in the gravel-pits game

Kryterium podziału	Żwirownia 1	Żwirownia 2	Żwirownia 3
Shapleya	4,23	6,63	6,63
nukleolus	4,08	6,97	6,45
Gately'ego	4,36	6,68	6,46
K	3,21	6,37	7,92

Pierwsze trzy imputacje oferują bardzo zbliżone rozwiązania gry. Przyjmując jedno z nich za ostateczne rozwiązanie, niewątpliwie najbardziej skorzysta nań żwirownia 1. Porozumienie wszystkich żwirowni przysporzy jej ponad dwukrotnego pomnożenia zysków. Za uznaniem np. nukleolusa, jako rozwiązania gry przemawia fakt, że zapewnia on pewną stabilność w grze (Straffin 2004). Dalszym plusem na korzyść nukleolusa jest to, iż w sytuacjach, gdy rdzeń gry nie jest pusty – zawsze do niego należy, w przeciwieństwie np. do wartości Shapleya (w przykładzie wartość ta jest poza rdzeniem gry). Także rozwiązanie *K* znajduje się poza rdzeniem i wydaje się, że żwirownia 1 może nie być skłonna przystać na proponowany przezeń podział wypłat. Największy przyrost wygranych w stosunku do układu, gdy zakłady nie tworzą porozumienia i działają na własną rękę, obserwowany jest dla żwirowni 1, co zdradza siłę pozycji przetargowej tego gracza. Wszak to żwirownia 1 dysponuje najwyższej jakości kopaliną i dostarcza jej do produkcji najwyższych gatunkowo i najdroższych cenowo kruszyw kruszonych oraz tłucznia. Żwirownia 3, zwiększająca do maksimum zdolności przeróbcze, zapewne preferowałaby podział wypłat wynikający z rozwiązania *K*. Nie bez znaczenia pozostaje też fakt, iż w stosunku do pierwotnego pułapu eksploatacji górniczej zakładów (26 000 t/miesiąc), wolumen ten obniża się do poziomu 16 000 t/miesiąc, co zapewnia dłuższą wystarczalność zasobów jak i wpisuje się w nurt ich ochrony.

W sytuacji, gdy pomiędzy graczami nie są obserwowane skłonności do zawarcia koalicji w analizie gier *n*-osobowych uwzględniane są tzw. wypłaty uboczne (Luce, Raiffa 1957; Straffin 2004). Wypłata uboczna to pewna wielkość wypłat jednego z graczy przekazywana innemu, gdy ten zechce zawiązać z nim koalicję. Przekazywanie wypłat ubocznych może się odbywać pomiędzy wszystkimi graczami, jednakże przy zasadniczym założeniu, że wypłaty te muszą być transferowalne pomiędzy graczami oraz mieć porównywalną wartość dla graczy dokonujących przeniesienia. Przekazywanie wypłat ubocznych jest z reguły nielegalne, a taka równowaga, ustalona dla kooperacji bywa nazywana „zmową producentów" i często jest prawnie zakazana.

Prezentowana analiza zachowań podmiotów ograniczona jest tu tylko do opcji wynikających z modeli teorii gier *n*-osobowych. Oczywistym jest, że w rzeczywistości możliwych jest wiele innych scenariuszy, a przedstawiony tu bieg spraw jest jednym z możliwych, aczkolwiek całkiem prawdopodobnych przybliżeń.

Praca wykonana w ramach badań statutowych AGH nr 11.11.140.560.

Niezmiernie miłym obowiązkiem autora jest złożenie szczerych podziękowań anonimowym Recenzentom, których wysiłek, wnikliwość oraz skrupulatne i merytoryczne uwagi przełożyły się na gruntowne sprecyzowanie treści artykułu, jak i wydobycie kwintesencji przekazu w stosunku do wersji pierwotnej.

LITERATURA

Boyce G., 1997 – The Western Mining Corporation-Hanna/Homestake Joint Venture: Game Theory and Inter-organizational Cooperation, Australian Economic History Review vol. 37, no. 3, s. 202–221.

Hendricks K., Porter R.H., Tan G., 1993 – Optimal Selling Strategies for Oil and Gas Leases with an Informed Buyer. The American Economic Review vol. 83, no. 2, s. 234–239.

Hendricks K., Porter R.H., Wilson Ch. 1994 – Auctions for Oil and Gas Leases with an Informed Bidder and a Random Reservation Price, Econometrica vol. 62, no. 6, s. 1415–1444.

Kowalik S., 2007 – Teoria gier z zastosowaniami górniczymi. Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice.

Leyton-Brown K., Shoham Y., 2008 – Essentials of Game Theory: A Concise, Multidisciplinary Introduction. e-book, Morgan & Claypool Publisher.

Luce R.D., Raiffa H., 1989 – Games and Decisions.Introduction and Critical Survey. Unabridged and unaltered republication of the first work published in 1957. Dover Publications, Inc. New York.

Owen G., 1975 – Teoria gier. PWN, Warszawa.
Pelto R., 1971 – The Statistical Structure of Bidding for Oil and Mineral Rights. Journal of the American Statistical Association, vol. 66, no. 335, s. 456–460.
Porter R.H., 1995 – The Role of Information in U.S. Offshore Oil and Gas Lease Auction. Econometrica, vol. 63, no. 1, p. 1–27.
Schmeidler D., 1969 – The Nucleolus of a Characteristic Function Game. SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 17, no. 6, s. 1163–1170.
Straffin P.D., 2004 – Teoria gier. Wydawnictwo Naukowe Scholar,Warszawa.
Thomas L.C., 2003 – Games, Theory and Applications. Slightly corrected, unabridged republication of the 1986 edition. Dover Publications, Inc. New York.
Von Neumann J., Morgenstern O., 2007 – Theory of Games and Economic Behavior. Fourth printing, and first paperback printing, of Sixtieth Anniversary Edition. Princeton University Press.

KONCEPCJA ZACHOWAŃ STRATEGICZNYCH NA LOKALNYM RYNKU SUROWCOWYM W MODELU GRY *n*-OSOBOWEJ – ZARYS PROBLEMU

Słowa kluczowe

Rynek surowcowy, kooperacja, gry *n*-osobowe, imputacja, strategia

Streszczenie

Rynki surowcowe, pomimo wielu zazwyczaj wspólnych cech z innymi rynkami, są rynkami osobliwymi, a ich funkcjonowanie odbiega niekiedy od prawideł wolnego rynku. Wynika to ze specyfiki pozyskania dobra będącego przedmiotem obrotu handlowego. Zmiany podaży wielu strategicznych surowców mineralnych są na ogół znacznie wcześniej sygnalizowane (wieloletni cykl inwestycyjny od rozpoznania złoża do udostępnienia górniczego), rozwijają się wolno i nieelastycznie. Zapotrzebowanie na surowce pospolite ma często wyraźny, koniunkturalny charakter. Wspólną cechą dla rynków surowcowych, jak i rynków pozostałych dóbr jest jednakże fakt, iż są one miejscem nieustannej rozgrywki, a zachowanie poszczególnych podmiotów można na ogół sprowadzić do dwóch typów strategii: konkurencji lub kooperacji.

W artykule przypomniano znany z literatury model gry związany z rynkiem ropy naftowej. Opierając się na trzypodmiotowym rynku producentów kruszyw podjęto próbę modelowania zachowań przedsiębiorców. W analizie wykorzystano założenia teorii gier *n*-osobowych, które umożliwiają ocenę i zasadność tworzenia różnorodnych koalicji. Pokazano możliwe strategie działania, wynikające zarówno ze współpracy zakładów jak i jej zaniechania. Dla ewentualnych aliansów oszacowano możliwe do osiągnięcia wypłaty i zaproponowano ich podział pomiędzy uczestników tworzących koalicję.

CONCEPTION OF STRATEGIC BEHAVIOURS ON THE LOCAL MINERAL MARKET IN THE *n*-PERSON GAME MODEL – ISSUE OUTLINE

Key words

Mineral market, cooperation, *n*-person games, imputation, strategy

Abstract

Mineral markets, in spite of many common features with other goods markets, are distinctive. Their functioning sometimes deviates from the rules of the free market. This feature results from the specificity of acquiring the good being an object of trade. In general, changes in the supply of strategic raw materials are

indicated earlier (characterized by a lengthy investment cycle from deposit reconnaissance to mining development), develop slowly, andare inelastic. Demand for common mineral raw materials often has a clear and economic character. However, mineral markets as well as markets of other goods have a common feature – the fact that both are a place where an incessant game is being played. In general, two types of strategic behaviours are distinguished: competition or cooperation.

This paper recalls an existing model known as the oil market game. Based on a three-entity market of aggregate producers, an attempt has been made to model entrepreneurs' behaviour. The analysis applies *n*-person game theory. Game theory enables the evaluation of diverse potential coalitions forming. Possible strategies of activity coming from the prospect of cooperation (or its omission) are presented. Expected payoffs are estimatedfor possible alliances. Proposals forthe division of the payoffsamong the participants forming the coalition are also suggested.